

8. ÜBUNGSBLATT
Prof. Stefan Friedl PhD

Abgabe spätestens bis *Donnerstag den 12. Dezember* um 12 Uhr.

Aufgabe 1. Es seien $A_1, A_2, \dots, A_n$, $n \geq 3$, verschiedene Punkte in $\mathbb{H}$. Wir bezeichnen A_n auch mit A_0 . Wir nehmen an, dass für alle $i \in \{0, \dots, n-1\}$ alle Punkte A_j , $j \neq i, i+1$, auf der gleichen Seite der Gerade $g(A_i, A_{i+1})$ liegen. Wir bezeichnen dann den Durchschnitt der dadurch ausgezeichneten n Halbebenen als das von $A_1, \dots, A_n$ aufgespannte n -Eck.

Finden und beweisen Sie eine Gleichung, welche die Winkel an den Ecken mit der Fläche des n -Ecks in Verbindung setzt.

Aufgabe 2.

- (a) Gibt es Rechtecke in $\mathbb{H}$?
- (b) Es sei ABC ein Dreieck in $\mathbb{H}$ mit einem rechten Winkel bei B . Gilt dann, dass
Fläche von ABC = Länge von AB · Länge von BC ?

Begründen Sie in beiden Fällen Ihre Antwort.

Aufgabe 3.

- (a) Ein Großkreis in S^2 ist der Durchschnitt von einer Ebene durch den Ursprung mit S^2 . Zeigen Sie, dass es zu 3 Punkten auf S^2 immer einen Großkreis gibt, welcher durch die drei vorgegebenen Punkte geht.
- (b) Zeigen Sie, dass es zu jedem $P \in S^2$ und zu jedem $v \in T_P S^2$ mit $\|v\| = 1$ eine Geodäte $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow S^2$ mit $\gamma(0) = P$ und $\gamma'(0) = v$ gibt.

Aufgabe 4. Wir betrachten S^2 mit der üblichen Riemannschen Metrik.

- (a) Zeigen Sie, dass es für beliebige Punkte $P, Q \in S^2$ und Tangentialvektoren $v \in T_P S^2$ und $w \in T_Q S^2$ der Länge 1 genau eine Isometrie f von S^2 mit $f(P) = Q$ und $df_P(v) = w$ gibt.
- (b) Es seien C und D Strecken auf S^2 , d.h. Intervalle auf Großkreisen. Zeigen Sie, es gibt eine Isometrie f von S^2 mit $f(C) = D$ genau dann, wenn C und D die gleiche Länge besitzen.